

Modellazione ed Analisi di Strutture in Muratura

Sintesi di alcune esperienze di ricerca

Raffaele Casciaro

Università della Calabria
<http://www.labmec.unical.it>

Newsoft s.a.s. - Cosenza
<http://www.newsoft-eng.it>

L'Aquila–Pescara ottobre 2010

Obbiettivi della presentazione

Si vogliono evidenziare i diversi aspetti che intervengono nella modellazione e nell'analisi di strutture in muratura.

La presentazione riflette le esperienze maturate nel corso di alcuni progetti PRIN che hanno coinvolto ricercatori di diverse sedi universitarie, in particolare:

- PRIN 1998: Sviluppo di una strategia integrata per la modellazione, l'analisi e la verifica di costruzioni in muratura (Università di Cosenza, Palermo, Roma 3, L'Aquila, Padova)
- PRIN 2003: Definizione di metodi integrati per la verifica strutturale di edifici in muratura (Università di Cosenza, Milano, Padova, Roma 3, Potenza, Palermo)
- PRIN 2007: Modellazione ed analisi, su base prestazionale, di strutture non lineari (Università di Cosenza, Padova, Bologna, Roma 3, Napoli, Palermo)

Importanza delle murature

Nell'introduzione al PRIN 1998, scrivevamo:

... Pur tralasciando la smisurata vastità del patrimonio italiano di beni architettonici, quasi tutti in opera muraria, il patrimonio edilizio complessivo della nazione presenta ancora una incidenza elevata di edilizia tradizionale in muratura, spesso in stato di forte degrado.

Inoltre è prevedibile per il futuro, anche sulla base dell'esperienza europea ... caratterizzata da un uso niente affatto marginale della muratura, un parziale ritorno a questa tipologia costruttiva, per i vantaggi che essa comporta ... Malgrado il forte interesse verso il problema, testimoniato anche dal recente rinnovamento della normativa al riguardo, lo stato attuale delle conoscenze nel campo è in definitiva carente e non sono ancora disponibili metodologie di progettazione e verifica aventi un grado di affidabilità pari a quelle in uso nel campo delle costruzioni in cemento armato ed in acciaio...

Le ragioni di ciò vanno ricercate nella maggiore complessità del comportamento statico delle murature che rende inattendibili metodi basati su codici standard, solo apparentemente sofisticati, che ne ignorano gli aspetti peculiari... ”

Modellazione tradizionale

Spesso il materiale "muratura" è descritto come **continuo omogeneo di Cauchy**. Sono disponibili teorie consolidate, figlie del continuo di Cauchy, come quella delle **piastra caricate nel piano e fuori del piano**, e strumenti di calcolo potenti, quali il **metodo degli elementi finiti**. Ciò permette di modellare sia le singole pareti murarie che il loro assemblaggio scatolare, e di tener conto in maniera articolata anche di dettagli quali presenza di aperture, variazione di spessore, rinforzi localizzati, ecc.. .

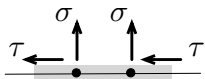
La muratura è tuttavia un materiale complesso, altamente disomogeneo al suo interno. Si presenta infatti come **aggregato di elementi eterogenei** (blocchi, mattoni, giunti di malta,..) con comportamento tra loro molto diverso e **di dimensione non trascurabile** rispetto a quella degli elementi strutturali ma tuttavia troppo fine da permettere una descrizione diretta dei singoli costituenti. Sorge pertanto la domanda:

**La muratura può essere ricondotta ad un continuo omogeneizzato?
ed, al caso, ad un continuo di Cauchy? ed attraverso quali procedure
di omogeneizzazione?**

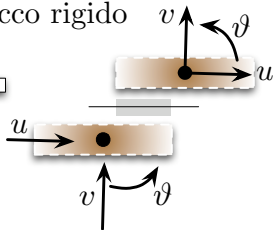
Muratura regolare in mattoni



giunto deformabile

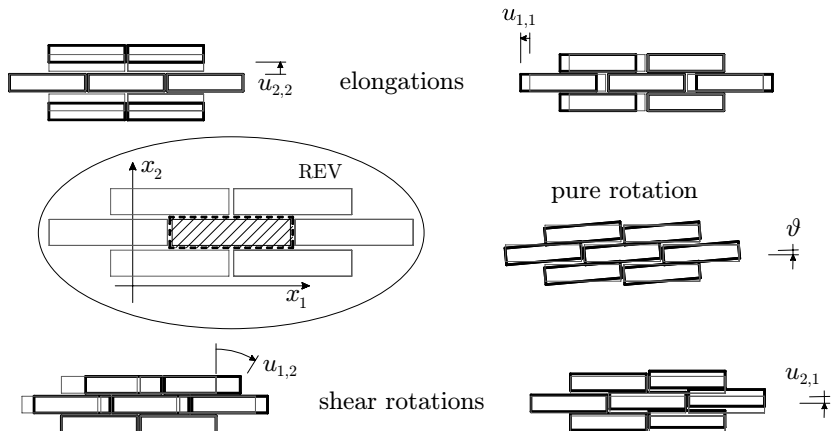


blocco rigido



Omogeneizzazione

Il continuo omogeneizzato equivalente è ottenuto imponendo l'equivalente energetica per un insieme di modi deformativi di un pattern di riferimento (**RVE**: Reference Volume Element)



Quale continuo equivalente

Pur considerando un RVE molto semplice, sono presenti **5 modi deformativi diversi**.

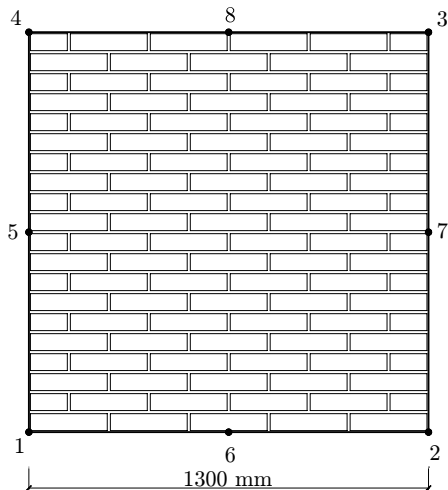
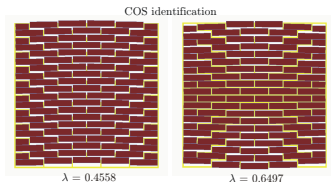
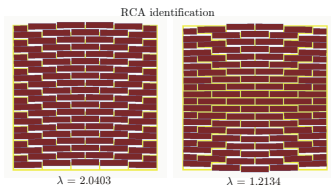
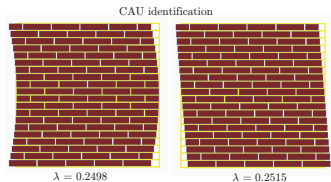
Il **continuo di Cauchy** presenta (nel piano) solo **3** parametri deformativi (ε_{xx} , ε_{yy} ed ε_{xy} richiede che vengano accorpate (in qualche modo) i **5** modi deformativi assumendone 2 in funzione dei restanti. La scelta più semplice, quella di identificare il modo rotazionale ad i due modi shear, comporta un effetto di locking (irrigidimento spurio nella soluzione). Ma sono possibili scelte diverse che evitano il locking (**Revised Cauchy**).

Il **continuo di Cosserat** ha **5** parametri deformativi e quindi l'omogeneizzazione diventa meno ambigua.

Si noti che in tutti i casi il continuo equivalente è caratterizzato da una forte ortotropia, che peraltro riflette quella dell'aggregato di partenza, e pertanto non può essere trattato con tecnologia FEM standard anche se ci si riduce ad un continuo di Cauchy.

Nel caso del continuo di Cosserat, **non sono disponibili elementi FEM consolidati** e la stessa formulazione della piastra deve essere in qualche modo ridefinita.

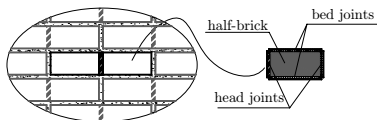
Differenze tra le diverse omogeneizzazioni



Descrizione alla scala del singolo costituente

- Una modellazione macroscopica basata sul concetto di continuo equivalente, pone, abbiamo visto, dubbi sull'affidabilità dei risultati, anche se ci si limita alla sola modellazione elastica.
- Nel corso della ricerca si è pertanto ritenuto indispensabile ricorrere ad una descrizione dettagliata che esaminasse individualmente i singoli costituenti (mattoni e giunti di malta) dell'aggregato, al fine quanto meno di pervenire a risultati da utilizzare per la validazione di procedure semplificate.
- Con questa scelta è possibile descrivere in maniera relativamente affidabile il comportamento di ciascun giunto (giunti di malta all'interfaccia fra due mattoni o giunto di fessurazione potenziale all'interno del singolo mattone) introducendo sia l'andamento variabile della tensione e della deformazione lungo il giunto che un legame costitutivo adeguato a rappresentare fenomeni nonlineari dovuti al danneggiamento, alla fessurazione ed all'attrito, e ricavando il comportamento globale del giunto mediante integrazione numerica per punti di Gauss.

Modellazione del danno, della fessurazione e dell'attrito



La muratura ha un comportamento fragile, caratterizzato da un danneggiamento per progressiva microfessurazione. In trazione, ciò porta all'apertura di fessure con perdita completa di resistenza. In compressione, le fessure pur se presenti hanno comunque una resistenza residua dovuta all'attrito. Questo comportamento, in un processo incrementale al passo, può essere modellato attraverso le relazioni:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{E} \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{\alpha}{1 + \alpha} \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad , \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{cases} \mathbb{E} \boldsymbol{\varepsilon} & \text{if } \varepsilon \geq 0 & \text{(giunto aperto)} \\ \boldsymbol{\sigma}_d & \text{if } \varepsilon < 0 & \text{(giunto chiuso)} \end{cases}$$

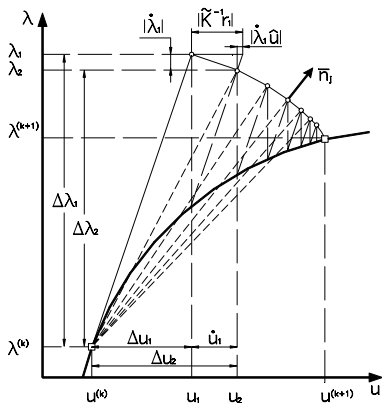
dove α è un parametro di danno, $\mathbb{E} := [k_n, k_t]$ è la matrice elastica, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ è il contributo della deformazione anelastica, e $\boldsymbol{\sigma}_d := \{0, \tau_d\}$ tiene conto dello scorrimento tangenziale γ dovuto al superamento della tensione di attrito $-c \sigma$:

$$\tau_d := k_t \gamma - \max(-c \sigma, \min(c \sigma, \tau_0 + k_t(\gamma - \gamma_0)))$$

e l'indice 0 corrisponde a quantità valutate al passo precedente dell'analisi.

Analisi path-following

La presenza di nonlinearità richiede una strategia di soluzione incrementale in cui il processo di carico è descritto da una sequenza di piccoli incrementi. L'analisi fornisce una successione di punti di equilibrio, sufficientemente fitta da consentire la costruzione della curva carico/spostamento per interpolazione.



Il singolo punto è ottenuto mediante uno schema iterativo alla Riks (**arc-length method**).

Lo schema, ormai ampiamente consolidato, è molto efficiente, risulta tuttavia rallentato dalla presenza del danneggiamento che induce forti instabilità nelle relazioni di legame costitutivo.

Analisi multilivello

- Una modellazione fine quale quella descritta resta chiara sul piano logico. La sua soluzione diventa tuttavia complessa in relazione al numero elevato di mattoni e giunti da considerare e quindi delle variabili in gioco (dell'ordine delle centinaia di migliaia) ed alle forti nonlinearità introdotte dalla legge di danno. Ciò limita di molto la possibilità concreta di portare a termine l'analisi.
- Una via per superare l'inconveniente è offerta dalla strategia di multilivello. Questa opera utilizzando due o più modellazioni diverse a scala via via più fine ed impostando una strategia iterativa di soluzione che alterna le diverse scale per ridurre l'errore di equilibrio. La soluzione è ottenuta alla scala più fine, rispettando quindi tutti i dettagli definiti a questa scala, ma utilizza pesantemente contributi ottenuti alle scale rade, quindi in modo molto più agevole in relazione al minor numero di variabili coinvolte.
- Con una scelta appropriata delle diverse modellazioni ed una opportuna articolazione e taratura della strategia iterativa, si può ottenere un guadagno di efficienza dell'ordine delle centinaia di volte.

Schema della soluzione multilivello

La soluzione è raggiunta al livello locale attraverso un ciclo articolato di correzioni della soluzione locale \mathbf{u}_ℓ :

- 1 squilibrio a livello locale

$$\mathbf{r}_\ell = \mathbf{r}_\ell[\mathbf{u}_\ell]$$

- 2 trasferimento dello squilibrio da locale a globale

$$\mathbf{r}_g = \mathbf{A}_{gl}\mathbf{r}_\ell$$

- 3 correzione a livello globale (decomposizione alla Choleski)

$$\mathbf{K}_g\Delta\mathbf{u}_g = \mathbf{r}_g \quad , \quad \mathbf{u}_g \leftarrow \mathbf{u}_g + \Delta\mathbf{u}_g$$

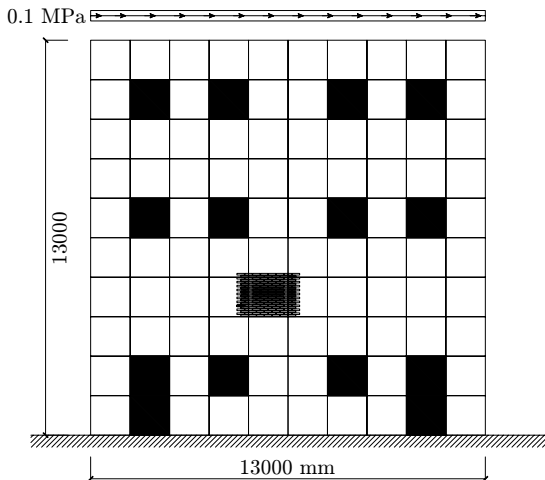
- 4 trasferimento della correzione da globale a locale

$$\Delta\mathbf{u}_g = \mathbf{A}_{lg}\Delta\mathbf{u}_g \quad \mathbf{A}_{lg} = \mathbf{A}_{gl}^T$$

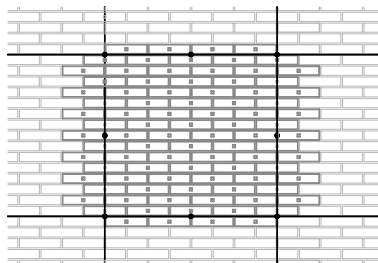
- 5 correzione a livello locale (cicli Gauss-Seidel)

$$\mathbf{K}_\ell\Delta\mathbf{u}_\ell = \mathbf{r}_\ell \quad , \quad \mathbf{u}_\ell \leftarrow \mathbf{u}_\ell + \Delta\mathbf{u}_\ell$$

Modellazione in due livelli

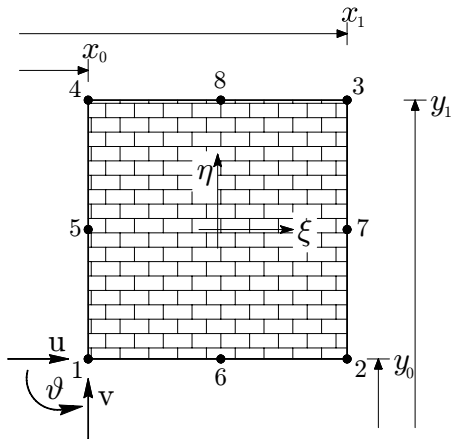


- La scala rada vede l'insieme della parete discretizzata in elementi finiti;
- La scala fitta vede i singoli costituenti (mattoni e giunti) con i loro dettagli interni.



Definizione dell'elemento

- L'elemento finito utilizzato nella descrizione rada potrebbe essere definito in modo standard, a partire da una opportuna omogeneizzazione in continuo equivalente.
- Questa scelta non è tuttavia conveniente (proprio per le differenze di comportamento introdotte dalla omogeneizzazione).
- Risulta conveniente definire l'elemento, per via algebrica, mediante condensazione statica del pattern di mattoni interno all'elemento.



Matrice globale dell'elemento e di trasferimento

La matrice dell'elemento può essere ottenuta per via algebrica:

- matrice locale dell'elemento

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bj} \\ \mathbf{K}_{Jb} & \mathbf{K}_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r}_j \end{Bmatrix}$$

\mathbf{u}_b : spostamenti interni

\mathbf{u}_j : spostamenti di contorno (collegati alle variabili globali)

- condensazione statica

$$\bar{\mathbf{K}}_{jj} = \mathbf{K}_{jj} - \mathbf{K}_{jb}\mathbf{K}_{bb}^{-1}\mathbf{K}_{bj}$$

- matrice globali dell'elemento

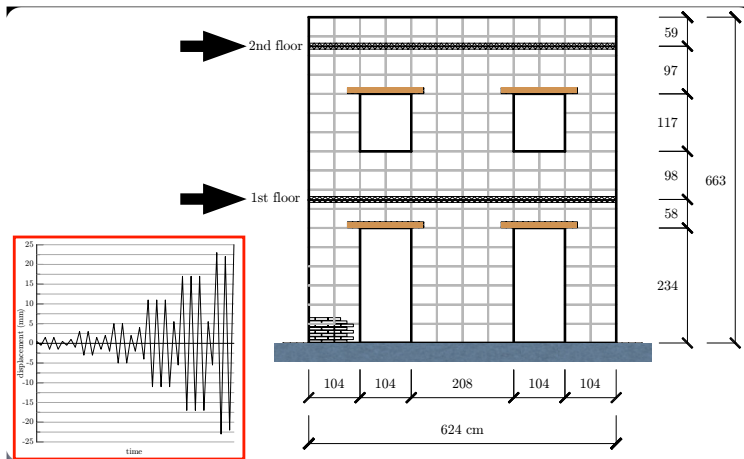
$$\mathbf{K}_g = \mathbf{A}_{gj}^T \bar{\mathbf{K}}_{jj} \mathbf{A}_{gj}$$

- matrice di trasferimento

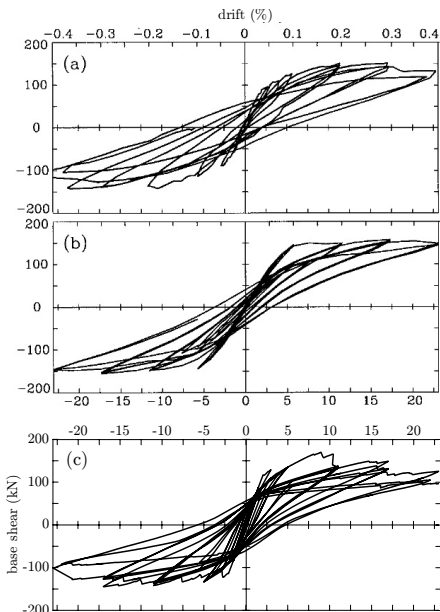
$$\Delta \mathbf{u}_\ell = \mathbf{A}_{\ell g} \Delta \mathbf{u}_g \quad , \quad \mathbf{A}_{\ell g} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb}^{-1} \mathbf{K}_{bj} \mathbf{A}_{jg} \\ \mathbf{A}_{jg} \end{bmatrix}$$

Test di Pavia

Test sperimentale su una casetta a due piani condotto all'Università di Pavia negli anni '90. La struttura è caricata con martinetti orizzontali con escursione ciclica di intensità crescente.



Confronto numerico/sperimentale



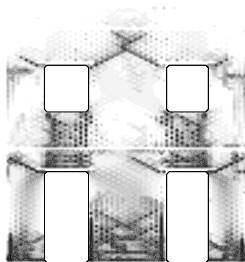
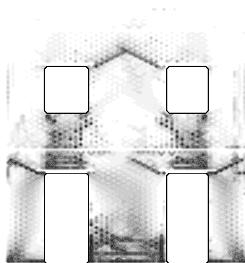
Curva carico/spostamento:

Soluzione numerica multilivello

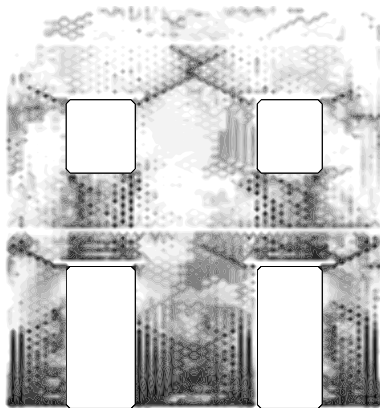
Soluzione numerica ottenuta da
Gambarotta e Lagomarsino (1997)

Curva sperimentale

Mappe di danno



Danno dopo i cicli iniziali e nella situazione finale



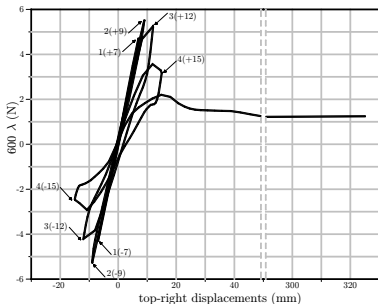
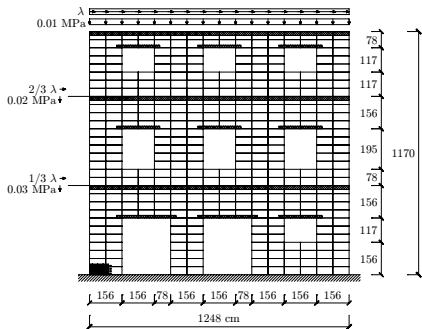
Alcune considerazioni

La simulazione numerica riproduce abbastanza fedelmente il test sperimentale, sia per quanto riguarda l'evoluzione del danno che l'ampiezza dei cicli di isteresi. Possiamo fare alcune considerazioni

- Il danno si evidenzia solo nei giunti di letto ed interessa poco i giunti di testa. Ciò può essere considerato tipico per strutture ben realizzate.
- La struttura conserva una portanza relativamente elevata in ragione dell'attrito.
- Il danno si manifesta già nei cicli iniziali, e per escursioni limitate.
- In ragione di ciò, non possiamo stimare in modo affidabile il reale stato di danno iniziale.

Altra simulazione

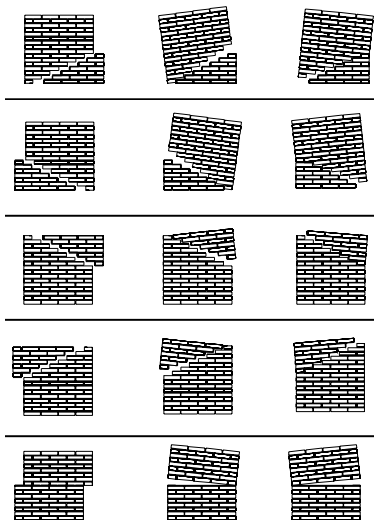
Le considerazioni precedenti valgono in generale. Si riporta, a titolo di esempio un altro risultato:



Verso una modellazione semplificata

- Una modellazione fine, quale quella descritta in precedenza, è cruciale per una comprensione dei fenomeni in gioco e per ottenere risultati utili ad un confronto.
- Non può essere, allo stato attuale delle tecnologie, un approccio utilizzabile nella pratica professionale.
- A questi fini, sembra indispensabile il ricorso a modelli radi, semplificati ma che tuttavia riproducano i caratteri essenziali della risposta fine.
- Partendo da una struttura vergine, il processo di danneggiamento si esaurisce in pochi cicli. Data anche le scarse informazioni sullo stato iniziale di danno, è ragionevole assumere nell'analisi (a vantaggio di sicurezza) che il processo sia già completato.
- In queste condizioni, la resistenza residua della struttura è controllata dall'attrito.
- I meccanismi anelastici che si riscontrano nelle simulazioni sono limitati in numero e ben individuabili.

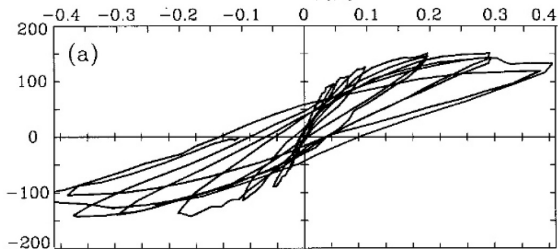
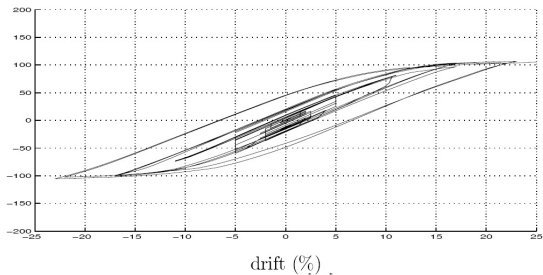
Deformazione anelastica nell'elemento



Modellazione semplificata

- Il comportamento elastico è ricavato con procedura semplificate (mediante opportuna taratura dei fattori elastici). Dato il ruolo, poco rilevante, nel comportamento complessivo della muratura, questa approssimazione può ritenersi soddisfacente.
- Viene usata una discretizzazione in elementi finiti misti, definiti in termini di spostamento, tensione e deformazioni anelastiche.
- L'elemento così definito è insensibile al locking e può essere utilizzato anche con discretizzazioni relativamente rade.
- Il legame costitutivo è definito assumendo già completato il processo di danneggiamento. Ciò semplifica e rende molto più veloce il processo di analisi.
- L'analisi è svolta con strategia path-following ed utilizza una variante in formato misto dell'algoritmo iterativo arc-length.

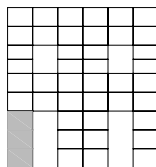
Validazione numerica: test di Pavia



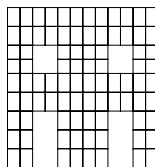
Mesh utilizzate

E' stato condotto un test di convergenza utilizzando discretizzazioni a diverso grado di finezza.

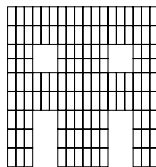
I risultati sono indistinguibili già a partire dalla mesh 3x3 con 318 variabili nodali, che corrispondono, come atteso ad una mesh relativamente rada.



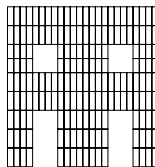
1x3 (126)



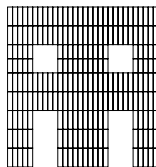
2x3 (222)



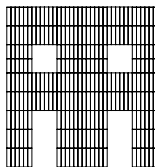
3x3 (318)



4x3 (414)

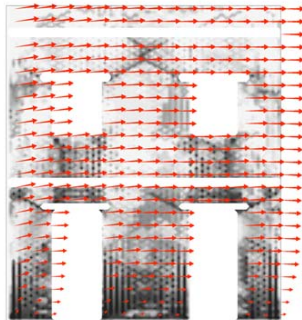
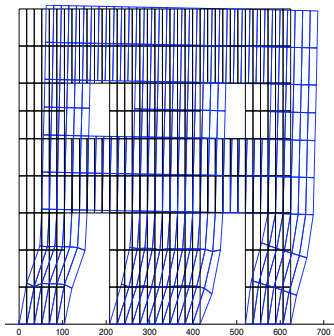


5x3 (510)



6x3 (606)

Spostamenti e mappa di danno



Analisi dinamica nonlineare

Il modello di muratura descritto può anche essere usato in simulazioni dinamiche. L'equazione di fine passo è in tal caso regolata dall'eguaglianza tra impulso della forza e differenza di quantità di moto, tra gli istanti iniziali e finali del passo, e si risolve, in definitiva, in una equazione vettoriale analoga a quella utilizzata nell'analisi statica.

Questo approccio, indicato in Normativa come "Analisi dinamica nonlineare", consentirebbe una verifica sismica molto dettagliata. Tuttavia richiede:

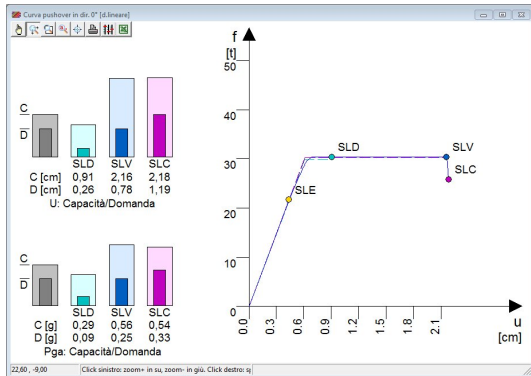
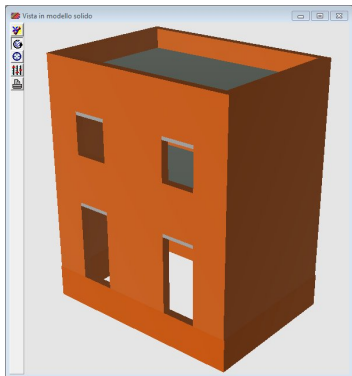
- la determinazione di un insieme di accelerogrammi, derivati (in qualche modo) dallo spettro di risposta del sito, in numero sufficiente da caratterizzare l'evento atteso.
- di ripetere l'analisi per ciascuno di questi e per ciascuna delle direzioni di incidenza sismica considerate, estendendo la simulazione per l'intera durata dell'eccitazione sismica (dell'ordine del minuto) e con passi sufficientemente piccoli da descrivere l'accelerogramma (dell'ordine del centesimo di secondo).

Si risolve pertanto in un processo di analisi molto pesante, difficilmente utilizzabile nella pratica professionale (allo stato attuale della tecnologia).

Analisi Pushover

- Le strutture in muratura sono caratterizzate da un comportamento elastico molto complesso ma nell'insieme poco rilevante sulla risposta che è sempre fortemente condizionata dal comportamento anelastico.
- In questi contesti, l'analisi dinamica modale fornisce risultati poco significativi e comunque inaffidabili.
- Date le difficoltà dell'analisi dinamica nonlineare, l'analisi pushover rappresenta (al momento) il miglior compromesso fra semplicità di analisi ed affidabilità di risultati.
- Utilizzando modellazioni e strategie di soluzione appropriate, fornisce risultati affidabili, evidenziando con chiarezza l'eventuale presenza meccanismi deformativi quasi fragili e dando anche indicazioni sulle strategie di rinforzo.
- Anche se (come sempre) restano ampi margini di affinamento, specie in relazione alla definizione dell'oscillatore elastico equivalente, rappresenta uno strumento affidabile per la verifica sismica di costruzioni in muratura.

Analisi pushover in Por 2000



	Por2000	Test sperimentale
Forza max	30.3 T	≈ 30 T
Spostamento max	2.18 cm	≈ 2.5 cm

Un commento finale

- L'analisi pushover è ovviamente incapace di descrivere compiutamente l'azione sismica. Restano esclusi fenomeni legati ad azioni impulsive ad alta frequenza, irrilevanti sul comportamento globale ma a volte significativi in relazione ad effetti locali sugli elementi strutturali. Questi aspetti, come pure quelli legati alle azioni verticali devono essere verificati per altra via.
- Il modello di muratura descritto in precedenza assume un esteso danneggiamento iniziale. Esclude tuttavia la presenza di estese fratture verticali ed il distacco in corrispondenza ai collegamenti tra le pareti. Questa rappresenta un condizione di estremo pericolo che bisogna evitare a-priori, con gli accorgimenti del caso (catene od altro).
- Se si esclude questa occorrenza, se cioè si è garantiti che la struttura possa assicurare il suo caratteristico comportamento scatolare, le murature forniscono un ottimo comportamento sismico.